Dossier **n°3** à effectuer pendant le confinement
$3^{\text{ème}}$ année générale – 3H

Chers élèves, chers parents,

Voici un $3^{\text{ème}}$ dossier d'exercices. Cette fois-ci, nous allons nous concentrer sur les fonctions (analyse graphique et 1^{er} degré) car il est primordial de maîtriser cette matière pour aborder sereinement la $4^{\text{ème}}$.

Ensuite, je vous propose quelque chose de nouveau ! J'aimerais voir comment vous allez vous en sortir !!! Je vais essayer de vous expliquer une nouvelle matière : la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues (je vais me limiter à une seule méthode de résolution).

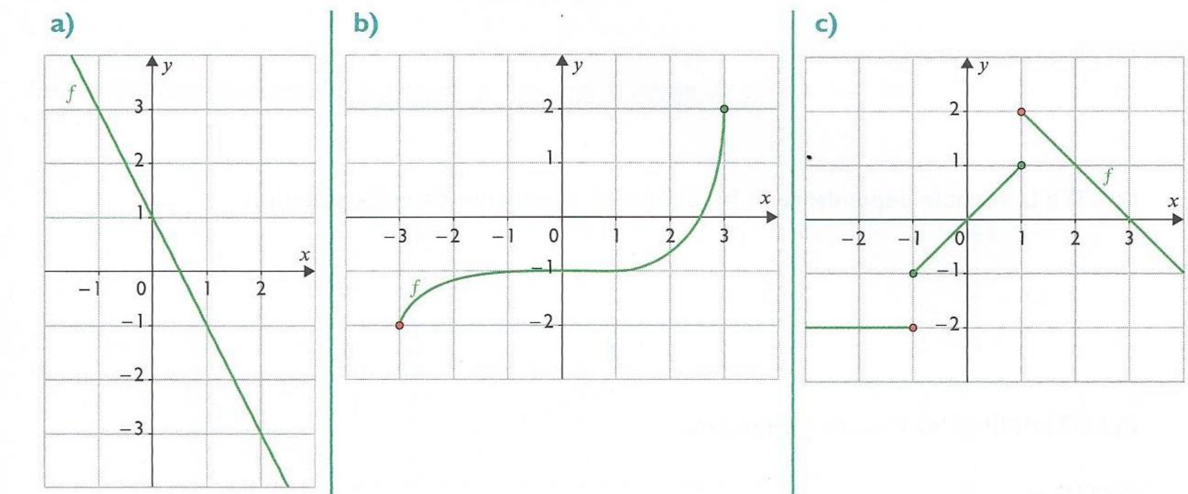
Après une explication théorique et deux exemples, je vous propose d'essayer seuls de résoudre quelques exercices ! Vous n'y arrivez pas ? Pas de panique ! Il n'y a rien d'obligatoire ! Mais je pense que « tourner en rond » en continuant à vous fournir uniquement des révisions peut être lassant pour certains… Alors, si vous avez envie d'avancer un peu, envoyez-moi les 3 exercices de la page 10 en retour. Allez, lancez-vous!

Tenez le coup et prenez soin de vous,

Madame Pirson.

EXERCICES SUR LES FONCTIONS

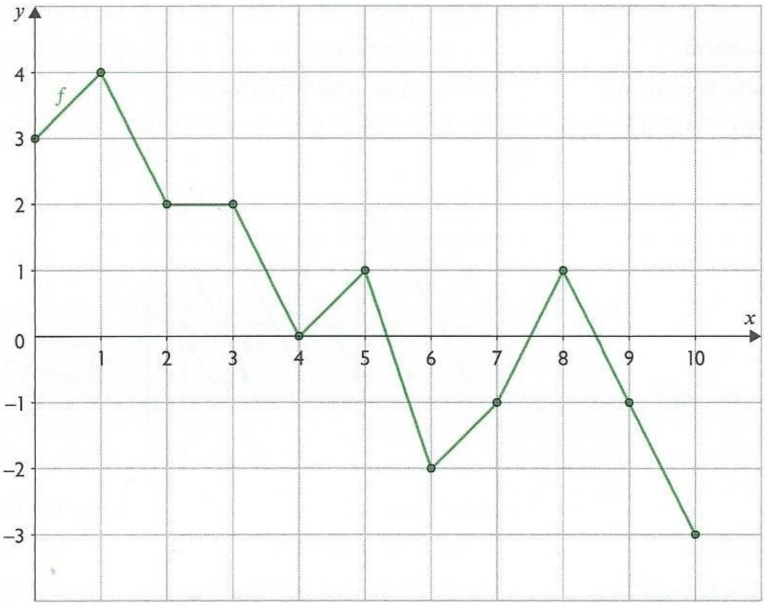
1. **Complète les pointillés relatifs à chaque fonction.**



a)	b)	c)
$f(1) =$ …………	$f(0) =$ …………	$f($…………$) = 0$
$f($…………$) = 3$	$f($…………$) = 2$	$f(-1) =$ …………
$f(0) =$ …………	$f(-3) =$ …………	$f($…………$) = 2$
$f($…………$) = -3$	$f($…………$) = 3$	$f(2) =$ …………

2. Observe le graphique ci-dessous.

Graphique représentant l'évolution de la température à Bruxelles sur une période de 11 jours.



a) Ce graphique représente-t-il une fonction ? JUSTIFIE ton raisonnement.

....

....

b) CITE la variable dépendante et la variable indépendante de cette situation.

....

....

c) DÉTERMINE les valeurs ci-dessous.

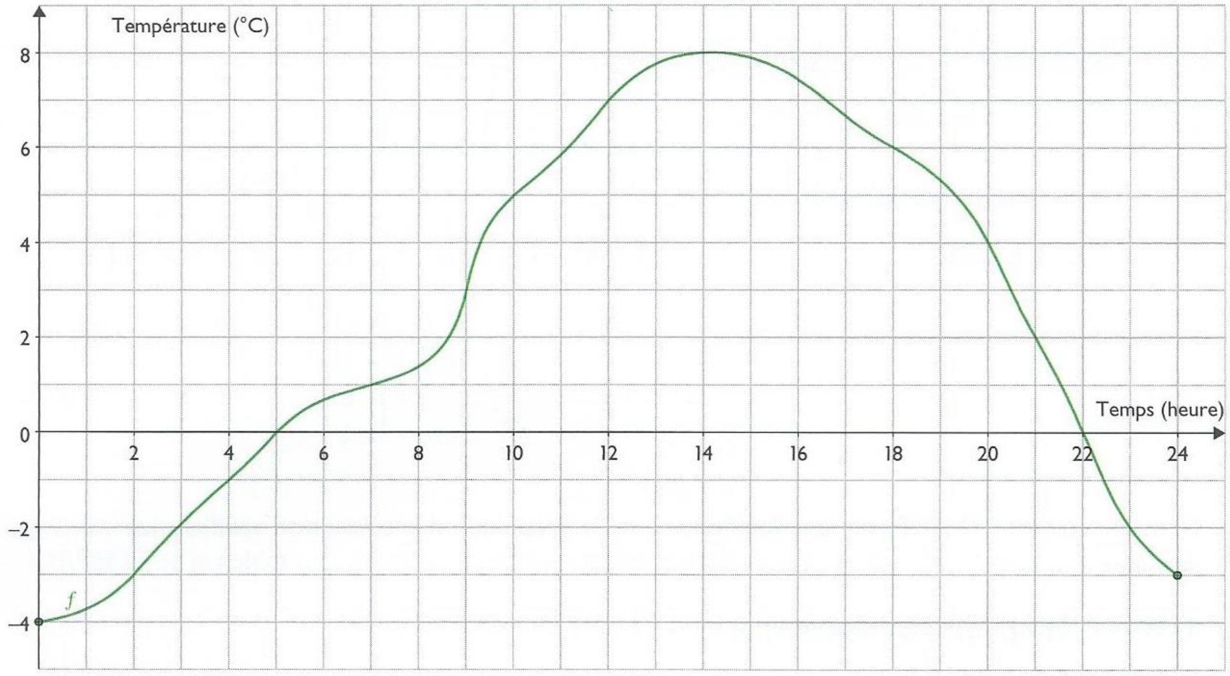
1 $f(3)$ = ...

2 L'image de 1 par f est ....

3 L'antécédent de -3 par f est ....

3. Observe le graphique ci-dessous.

Graphique représentant la variation de la température durant une journée d'hiver.



a) DÉTERMINE le domaine de définition de la fonction f. ....

b) DÉTERMINE l'ensemble image de la fonction f. ....

c) DÉTERMINE le maximum de la fonction f. ....

d) DÉTERMINE les minimums de la fonction f. ....

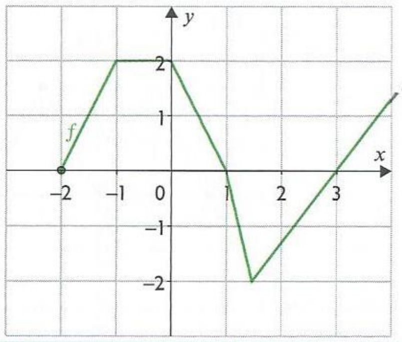
e) DRESSE le tableau de signes de la fonction f.

f) DRESSE le tableau de variations de la fonction f.

g) DÉTERMINE l'intervalle où la température est négative. ....

h) DÉTERMINE l'intervalle où la courbe de la température est décroissante. ....

4. **Détermine les intervalles où la fonction f est positive, strictement positive, négative et strictement négative. Etablis ensuite le tableau de signe et le tableau de variation de la fonction f.**
Remarque : dom f = [-2, +∞[



La fonction f est…

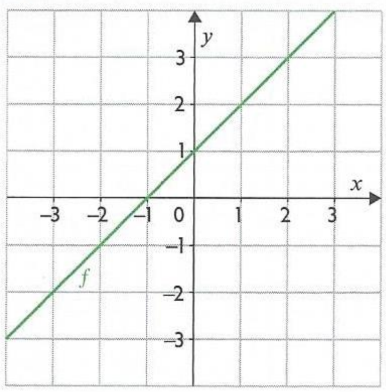
- positive sur ……………………
- strictement positive sur ……………………
- négative sur ……………………
- strictement négative sur ……………………

Tableau de signe :

Tableau de variation :

5. **Détermine l'ordonnée à l'origine (p), la pente (m), la variation et l'expression analytique des fonctions ci-dessous.**

a)



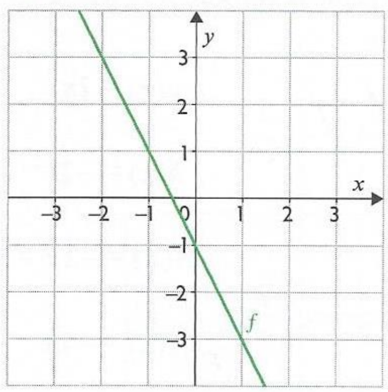
$p =$ ……………………

$m =$ ……………………

La fonction est ……………………

$f(x) =$ ……………………

b)



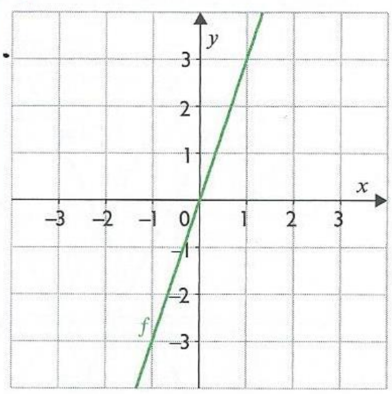
$p =$ ……………………

$m =$ ……………………

La fonction est ……………………

$f(x) =$ ……………………

c)



$p =$ ……………………

$m =$ ……………………

La fonction est ……………………

$f(x) =$ ……………………

6. **Construis, sur une feuille annexe, une fonction f du premier degré dont la représentation est une droite parallèle à la fonction g(x) = -2x + 1 passant par le point (1 ; 4). Détermine l'expression analytique de la fonction f.**

7. **Julie souhaite s'inscrire à un cours d'aquagym. La piscine propose trois plans tarifaires.**

Formule de base :
5 €/séance

Formule intermédiaire :
forfait 40 €/an
+ 3 €/séance

Formule à volonté :
200 €/an

a) DÉTERMINE l'expression analytique de la fonction correspondant à chaque formule.

Formule de base : $f_1(x)$ = ……………………

Formule intermédiaire : $f_2(x)$ = ……………………

Formule à volonté : $f_3(x)$ = ……………………

b) CALCULE le prix qu'elle paiera avec chaque formule si elle souhaite assister à 20 séances d'aquagym.

Formule de base : ……………………

Formule intermédiaire : ……………………

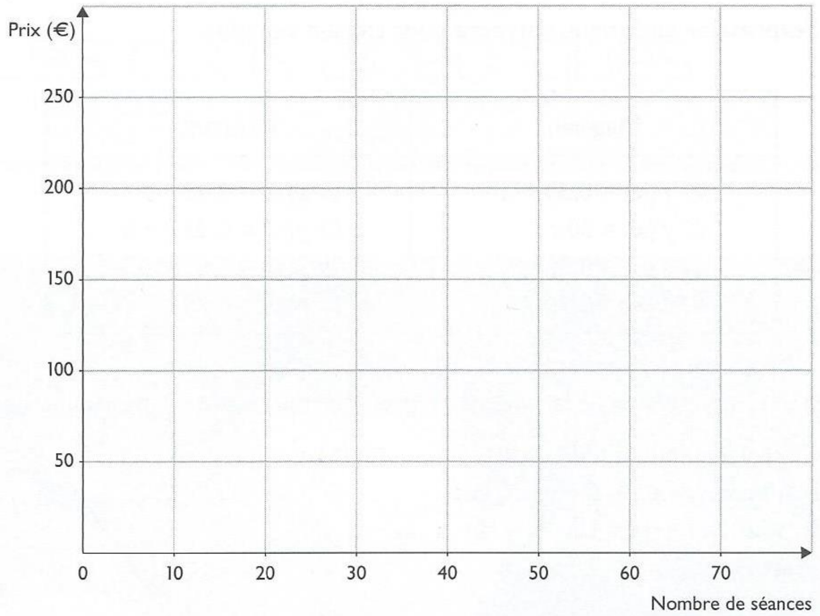
Formule à volonté : ……………………

c) Quelle est l'information graphique que tu peux déduire de ces montants ?

……………………

……………………

d) REPRÉSENTE les trois fonctions dans le repère ci-dessous.



e) DÉTERMINE graphiquement le nombre de séances nécessaires pour que les tarifs de base et à volonté soient équivalents. DÉTERMINE le montant à payer.

....

....

f) DÉTERMINE algébriquement le nombre de séances nécessaires pour que le tarif intermédiaire soit plus intéressant que le tarif à volonté.

....

....

....

Partons d'un problème concret pour expliquer ce qu'est un système et comment le résoudre :

« **Je dois payer une somme de 800 € et je dispose de 28 billets : uniquement des billets de 50 € et de 20 €. Précise le nombre de billets de chaque sorte.** »

Dans ce problème, il y a **deux inconnues** : Le nombre de billets de 50 € et le nombre de billets de 20 €.

Donc, si on veut mettre ce problème en équation, il faudra définir deux inconnues. Par exemple :

x désigne le nombre de billets de 20 €.

y désigne le nombre de billets de 50 €.

De plus, le problème contient deux informations qui permettent d'écrire deux équations :

- La somme totale est de 800 € -> $20 \cdot x + 50 \cdot y = 800$
- On dispose de 28 billets -> $x + y = 28$

On obtient donc deux équations et il faut trouver les valeurs de deux inconnues. C'est ce qu'on appelle un système de deux équations à deux inconnues. On le notera comme ceci

$$\begin{cases} \mathbf{20\,x + 50\,y = 800} \\ \mathbf{x + y = 28} \end{cases}$$

Voici comment le résoudre par la méthode dite « de combinaison »:

On multiplie une des deux équations (ou les deux) par un nombre bien choisi <u>de manière à ce que les coefficients des termes en x (ou en y) soient opposés.</u>

Par exemple, si on multiplie les 2 membres de la seconde équation par (-20), on obtient : $-20\,x - 20\,y = -560$

Le système devient donc :

$$\begin{cases} 20\,x + 50\,y = 800 \\ -20\,x - 20\,y = -560 \end{cases}$$

Si on additionne membre à membre les deux équations, les termes en x vont « disparaître ».

$$+\begin{cases} 20\,x + 50\,y = 800 \\ -20\,x - 20\,y = -560 \end{cases}$$
$$\overline{\qquad 30\,y = 240 \qquad}$$

On résout l'équation ainsi obtenue : $y = \frac{240}{30} = 8$

On sait donc déjà que y (le nombre de billets de 50 €) est 8.

On a trouvé une des deux inconnues, maintenant c'est facile ! Il suffit de remplacer y par 8 dans une des équations de départ. Par exemple $x + y = 28$.

On obtient $x + 8 = 28$

Et donc $x = 28 – 8 = 20$.

Voici la solution du système : $x = 20$ et $y = 8$.

On écrit $S = \{(20, 8)\}$

Il y a donc 20 billets de 20 € et 8 billets de 50 €.

Vérification :

Au total, il y a bien 28 billets (20 + 8 = 28)

et la somme totale est bien de 800 € (20 . 20 € + 8 . 50 € = 800 €)

Voici maintenant un second exemple et la manière d’écrire la résolution (attention, il faut garder « un système » tout au long de la résolution).

Exemple

Résolvons le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 6x + 5y = 2 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} .\ (+2) \\ .\ (-1) \end{array} \right.$$

Méthode

On multiplie les deux équations par des nombres (différents) pour que les coefficients des termes en x (ou en y) soient **opposés.**

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 8 \\ -6x - 5y = -2 \end{cases}$$

On additionne membre à membre les deux équations afin d’obtenir une nouvelle équation (à une inconnue cette fois) et on recopie une des deux équations initiales.

$$\begin{array}{r} 6x + 2y = 8 \\ -6x - 5y = -2 \\ \hline \cancel{0x}\ - 3y = 6 \end{array} \quad \downarrow +$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3y = 6 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

On résout l’équation qui ne contient plus qu’une inconnue (la première).

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{6}{-3} = -2 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

On introduit la valeur trouvée dans l'autre équation et on détermine la valeur de la seconde inconnue.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 3x + (-2) = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 3x = 4 + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 3x = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = \frac{6}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

On écrit la solution du système sous la forme
S = {(x ; y)}

S = {(2 ; -2)}

Tu essaies ?

Résous les systèmes suivants !

1) $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

2) $\begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$